

## Tentamen Algoritmen en Complexiteit;24-12-2010;9-12;G2.10

- (10pt) Gegeven is een graaf met gewichten en twee knopen  $s$  en  $t$  in die graaf. Sommige kanten kunnen weggenomen worden zonder dat het kortste pad van  $s$  naar  $t$  verandert. Misschien is er een kant in de graaf zodat er na wegnemen van die kant *geen* pad meer is van  $s$  naar  $t$ . Beschrijf een efficiënte algoritme die de kant selecteert zo dat na wegnemen van die kant de lengte van het kortste pad van  $s$  naar  $t$  *zoveel mogelijk* toeneemt. Wat is de complexiteit van uw algoritme?
- (10pt) De Macrohard Corporation wil een feestje voor een stel werknemers geven. Macrohard is een hiërarchisch bedrijf zodat elke werknemer precies één directe chef heeft, met Gillian Bates aan de top. Voorwaarde voor deelname is dat er geen twee personen zijn waarvan de één ondergeschikt is aan de ander (chef of chef van de chef etc.) De personeelsafdeling selecteert  $k$  werknemers die vrij zijn als het feest gehouden wordt. Beschrijf een greedy algoritme die de maximale verzameling personeelsleden (uit dat  $k$ -tal) vindt die aan het feest kunnen deelnemen. Wat is de complexiteit van uw algoritme?
- (15pt) Gegeven zijn een stel dozen met dimensies: breedte  $\times$  diepte  $\times$  hoogte ( $b_i \times d_i \times h_i$ ), voor  $1 \leq i \leq n$ . Een doos  $i$  mag bovenop een doos  $j$  staan als  $b_i \leq b_j$  en  $d_i \leq d_j$ . Dozen mogen niet worden gedraaid om ze passend te krijgen. Beschrijf een dynamic programming algoritme die een zo hoog mogelijke stapel maakt van een deelverzameling van deze dozen. Wat is de complexiteit van uw algoritme?
- Gegeven is een balk van lengte  $N$  die in stukken gezaagd moet worden. De zaagmaatschappij rekent  $\epsilon L$  om een balk van lengte  $L$  op een willekeurige plaats te zagen. Dus als een balk van lengte 12 op plaatsen 2, 5 en 8 gezaagd moet worden kan dat  $\epsilon 12+10+5$  kosten, of  $\epsilon 12+5+7$  afhankelijk van de volgorde (2,5,8, of 5,2,8). Een greedy algoritme om de zaagkosten te minimaliseren zou bijvoorbeeld zijn de balk altijd zo dicht mogelijk bij het midden te zagen.
  - (5pt) Laat zien dat die greedy algoritme niet werkt (geef een voorbeeld met 3 sneden).
  - (10pt) Geef een dynamic programming algoritme die wel werkt (kijk naar matrixvermenigvuldiging)
- Gegeven een netwerk  $N$  met een maximale stroom  $f$  en twee knopen  $u$  en  $v$  in het netwerk.
  - (10pt) Stel dat de capaciteit van de kant  $(u, v)$  met 1 groeit. Hoe bereken je efficiënt de nieuwe maximale stroom?
  - (10pt) Stel dat de capaciteit van de kant  $(u, v)$  met 1 daalt. Hoe bereken je efficiënt de nieuwe maximale stroom?
- PAKKETJES: Een bedrijf heeft twee bestelauto's en moet een aantal pakketten langs een  $n$  adressen brengen. Men wil graag dat beide chauffeurs weer op tijd thuis zijn, dus vraagt men zich af of de adressen zo te verdelen zijn, dat twee rondjes samen langs alle adressen gaan en allebei kleiner dan  $K$  kilometer zijn.
  - (5pt) bewijs dat PAKKETJES een probleem in NP is.
  - (15pt) bewijs dat PAKKETJES NP-volledig is.

**De uitwerkingen staan op blackboard vanaf 14u.**